Gorenstein rings with semigroup bases

著者	Sato Hideo
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc.(B), no. 151, 1983. 7. 31
発行年	1983
URL	http://hdl.handle.net/2241/5804

【65】

氏　名（本　籍）	佐（さ）暮（とう）英（ひで）雄（お）（福島県）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	博　乙　第　151　号
学位授与年月日	昭和58年 7 月31日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**Gorenstein rings with semigroup bases** **（半群基底を持つゴレンスタイン環）**

主　査	筑波大学教授	理学博士	太刀川　弘　幸
副　査	筑波大学教授	理学博士	阿　部　英　一
副　査	筑波大学教授	理学博士	高　橋　恒　郎
副　査	筑波大学教授	理学博士	山　内　三　郎

論　文　の　要　旨

ネーター環の研究で興味あり，しかも統一的に扱われていない二つの重要な環達がある，遺伝的ネーター素環と準フロブニュウス環である。これ等は夫々整数論，群の表現論などとの関連で古くから研究されているデデキント環，群環の拡張概念である。前者の自己移入次元（injective dimension）は 1 であり，後者の自己移入次元は 0 であるから，H. Bass（1963 年）にしたがい自己移入次元 1 以下の環を 1 —Gorensteinと呼べば上述の環達は皆それに当る。1961 年J. P. Jansは準フロベニュウス環の加群の双対定理の研究から，環Λが 1 —Gorensteinになるための必十条件は関手HomΛ（一，Λ）が有限生成振れ無し（torsionless module）の間の双対を与えることであることを示した。一方，1978 年岩永氏は 1 —Gorenstein環Λの移入包絡をEとするときE⊕E/Λが余生成対象（cogenerator）であること，またE/Λが単独で余生成対象となるのは，ΛのSocleが零のときに限ることを証明した。

本論文において著者は上述の如き成果をふまえて半群Sを基底とした離散付値環Rを係数環とする半群環Λ＝R［S］を考察，ΛがSocle零の 1 —Gorenstein QF— 3 環になることを示し，このようなΛに対し，(1)振れ加群の双対定理，(2)商環，特に極大商環の構造，(3)直既約移入加群の決定，(4)直既約振れ加群の決定，(5)直既約振れ自由加群の決定に関する諸問題に解答を与えている。

1，2，3 章において著者はpath algebraのpathのつくる半群の一般化ともいえるKupisch半群を定義し，半群環R［S］がRのFrobenius拡大環になる条件を与えている。この拡大R［S］/RがFrobenius

であるという条件は本論で基本的であり以後の章では常に仮定されている。

4，5章ではかなり一般的な著者の独創であるFrame環の理論が展開された後に前述(2)，(3)の解答としてΛの極大商環QはK［S］に等しく，K［S］は準フロベニュウス環であり，Λの直既約移入加群はQe_i，$Qe_i/\Lambda e_i$に限ることが示されている。たゞしKはRの商体であり，e_iはSの冪等元である。

8章では$Hom_{\underline{\underline{\Lambda}}}$（—，$Q/\Lambda$）が森田双対に延長されるための必十条件はRが完備であること，そして双対はGoldie次元及びLambek次元がともに有限な加群全体の圏の間で成立することが証明されている。(1)に対する興味ある解答といえる。更に(4)，(5)に対する解答も次のように与えられている。有限生成捩れ加群は準フロベニュウス環R/J^p[S]上の加群に他ならず，捩れ自由加群である条件はRの非零元によって零化される元が零元に限ることである。

審　査　の　要　旨

著者は本論文に先立って１—Gorenstein QF—３環Λに関する次のような秀れた結果を導いている，すなわち$Soc(\Lambda)=0$ならばΛのKrull次元は高々１であり，Λの極大商環は準フロベニュウス環である。本論文におけるΛ＝R［S］をRのFrobenius拡大とする仮定は上の結果より自然であるといえるし，非半素ネーター，１—Gorenstein環で具体的に構成できる典形的なものとしてR［S］を研究したことは，成果からみて著者の独創性をうかがわせるものといえる。実際これまで比較的統一的に加群の構造が調べられていた場合はすべて半素環に限られていた。従ってLamdekの捩れ理論がこのように具体的に利用され得ることを示した本論文の意義と貢献は大きいと思う。又関手$Hom_{\underline{\underline{\Lambda}}}$（—，$Q/\Lambda$）が森田双対となる特徴付は最近のK. R. Fuller—J. K. Haackの業績と関連をもつと考えられるが著者の結果の方が精緻を極めており秀れている。なお特殊ではあるが，Sが単列半群S（n, m)，$n\geqq m=2$の場合の有限生成捩れ自由加群の直和分解定理はOrderのLatticeに関する結果に対応するものと考えられ興味深い。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。